

## О фактических ограничениях формальной методологии<sup>1</sup>

Шиян Т.А. О фактических ограничениях формальной методологии // Философия математики: актуальные проблемы. Материалы Международной научной конференции 15-16 июня 2007. М.: Изд. Савин С.А., 2007.

Сохранено с сайта: <http://taras-shiyan.narod.ru>.

E-mail: [taras\\_a\\_shiyan@mail.ru](mailto:taras_a_shiyan@mail.ru).

1. Широко известные ограничительные теоремы, – о неразрешимости, о неполноте и т.п., – накладывают логические ограничения на использование формальной методологии, в частности, на ее использование в качестве тотального средства теоретического обоснования математики. В данном докладе рассматриваются ограничения фактические, обусловленные особенностями настоящего, исторически сложившегося логико-математического дискурса.

2. Формальная методология, используемая в логических и математических исследованиях, основана на следующем формально-семиотическом принципе: «во внимание должны приниматься только вид и порядок символов, к последовательностям которых применяются правила вывода, но никак, например, не «значения» этих символов» [1, 319]. Для использования данного принципа «достаточно было бы самого минимума интуиции, так называемой «глобальной интуиции», нужной для умения решить, совпадают ли два рассматриваемых символа или нет» [там же]. В рамках некоторого семиотически однородного дискурса (как правило, в пределах одного текста) следование этим правилам вроде бы не вызывает проблем. Используемая система обозначений подбирается так, чтобы различаемые символы и выражения легко различались формально (т.е. только по форме, без учета их «значений»), а отождествляемые символы и выражения – имели одинаковую форму. Назову эту область корректного применения формальной методологии *формальным контекстом*.

3. Переход к более широкому дискурсу, – например, к рассмотрению некоторого эмпирически сформированного множества текстов по одной теме, – приводит к сбоям в применении формальной методологии. Здесь необходимо отметить несколько моментов.

Во-первых, – и это достаточно очевидно, – в науке (в том числе, в логике и математике) невозможно ограничиться индивидуальной конструктивно-писательской деятельностью, необходимо постоянно учитывать результаты предшественников и коллег. В частности, в математике и логике необходимо учитывать формальные результаты, описанные в различных текстах.

Во-вторых, разные авторы используют различные системы математической нотации, различающиеся как символикой, так и синтаксисом. Если достаточно полно рассматривать систему используемых в настоящий момент логико-математических обозначений, то мы обнаружим такие «естественно-языковые» явления как синонимию, омонимию, полисемию.

В-третьих, чтобы соотнести формализмы, построенные в разных нотациях, мы должны выйти за рамки формальной методологии (как она зафиксирована в пункте 2) и при сравнении выражений принимать во внимание не только «вид и порядок символов», но и ««значения» этих символов».

Обсуждаемый сбой в применении формальной методологии можно

---

<sup>1</sup> © Шиян Т.А., 2007.

проиллюстрировать следующим примером. Используемые для обозначения конъюнкции знаки «&» и « $\wedge$ » – семиотически разные: денотатом термина «амперсанта» является знак «&», но не знак « $\wedge$ ». Пусть  $\wp$  – некоторое множество пропозициональных символов. Тогда, если не нарушать формальной методологии, то две формулировки (эквивалентные относительно подстановок  $\&/\wedge$  и  $\wedge/\&$ ) классической логики высказываний в алфавитах  $\langle \wp; \neg, \wedge \rangle$  и  $\langle \wp; \neg, \& \rangle$  не будут иметь ни одной общей теоремы.

4. Понятно, что в своей повседневной научной работе логики и математики как-то проводят отождествления и различения символов и сложных выражений так, что рассматриваемая методологическая проблема вообще не замечается. Но, поскольку сбой формальной методологии все же имеет место, то результаты исследований, в которых использовался такой *интерконтекстуальный* (между формальными контекстами) перенос результатов, должны иметь другой теоретико-познавательный статус (с точки зрения формальной идеологии – более низкий), чем чисто-формальное исследование.

Формально, ситуацию можно спасти почти всегда, отрефлексирав и описав *ad hoc* проведенные отождествления и различения некоторым отношением или отображением. Это «решение» имеет несколько слабых мест.

Во-первых, такое описание все-таки нужно делать, чего в имеющихся логических и математических текстах я ни разу не встречал.

Во-вторых, полученный результат при этом ослабляется. Так, если в работе был (как кажется) получен некоторый результат  $A$ , зависящий от некоторых ранее полученных результатов, использованных через интерконтекстуальный перенос, то учет проведенной при переносе интерпретации  $B$  приводит к ослаблению результата  $A$  (на самом деле, мнимого) до  $(B \supset A)$ .

В-третьих, возможных (содержательно корректных) способов провести различение / отождествление символов двух формальных языков – много (для счетных языков – по крайней мере, счетно). Соответственно, если исследование требует учета всех возможных вариантов соотнесения двух формализмов, то оно *фактически* не выполнимо уже при достаточно большом конечном числе возможных способов соотнесения.

В-четвертых, это все же «решение» *ad hoc*, т.е. некоторый подгон результатов. Поэтому, хотелось бы иметь некоторую, хотя бы полуформальную методику проведения интерконтекстуального сравнения двух формализмов. Кроме того, построение теории такого сравнения – единственный способ учесть все возможные варианты сравнения (при их достаточно большом числе).

5. Исследования, проведенные автором (см. [2]), привели его к выводу о невозможности построения теории интерконтекстуальных сравнений. Можно лишь выявить основные факторы, оказывающие влияние на результаты такого сравнения. При интерконтекстуальном сравнении формализмов приходится учитывать: (1) внешний вид графем, (2) их формальные определения, (3) неформально придаваемый смысл, (4) существующую в научной культуре традицию отождествления / различения символов, (5) специальные, противоречивые случаи, создаваемые случайным фактором наличия публикаций с нетрадиционной формализацией. Критерии приведены в порядке усиления (при соблюдении требований формальной методологии).

### Литература

1. Френкель А.А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. М., 1966.
2. Шиян Т.А. О некоторых проблемах интерпретации логико-математической

символики // Δοξα / Докса. Збірник наукових праць з філософії та філології. Вип. 10. Одеса, 2006.