ФОРМАЛИЗАЦИЯ ФРАГМЕНТА ПЕРВОЙ ЧАСТИ "ЭТИКИ" СПИНОЗЫ

(Алекс Блюм и Стенли Малинович)
(перевод Т.А. Шияна)[1,2]

Введение

В этой статье мы формализовали фрагмент Первой части “Этики” Спинозы в традиционной символике первопорядковой кванторной теории[3].

Формализованный фрагмент состоит из определений, аксиом, восьми первых теорем и Теоремы 11 (спинозовского варианта онтологического аргумента существования Бога).

Мы получаем формулируемые теоремы из аксиом и определений посредством натурального вывода[4]. Спиноза не приводит списка правил вывода, аксиомы и определения играют одинаковую роль в его построениях (derivations).

Мы натолкнулись на две группы трудностей. Первую группу составляют трудности, относимые нами на счет Спинозы, вторую – связанные с исходной ограниченностью первопорядкового экстенсионального языка.

Две встреченных и преодоленных трудности первой группы - следующие. В Теореме 1 появляется слово “первее” (prior), хотя ни его самого, ни родственных ему терминов нет ни среди аксиом-определений, ни в выводе этой теоремы. В выводе Следствия (corollary) 6, являющегося леммой Теоремы 7, Спиноза ссылается на истину, которой он ни выводит, ни приводит среди аксиом-определений. Эту истину можно выразить: “Нечто познается через само себя е.т.е. оно является своей собственной причиной”. Мы преодолели эту и подобные ей трудности, добавив пять аксиом, которые назвали постулатами[5].

Первая встреченная нами трудность второй группы состоит в использовании модальных и модализированных терминов, начиная с самого первого определения. Мы преодолели ее с помощью переформулировки (paraphrase) и использования параметров. Вторая трудность второй группы – аксиома 6 – спинозовская формулировка референциальной теории истины. Мы преодолели представленную аксиомой 6 трудность введением оператора истинности “∇“ и представлением аксиомы 6 в виде первопорядковой схемы аксиом[6].

---

[1] Перевод частично осуществлен при поддержке гранта РГНФ №03-03-12003в. – Т.Ш.
[2] Перевод осуществлен по Blum A., Malinovich S. A Formalization of a Segment of Spinoza’s Ethics // Metalogicon. Rivista internazionale di logica pura e applicata, di linguistica e di filosofia. Anno VI – N.1 – Gennaio – Giugno 1993 (Metalogicon. An International Review of pure and applied Logic, of Linguistics and of Philosophy. Year VI – N.1 – Januari – July 1993), Napoli/Roma, L.E.R. – Т.Ш.
[3] Можно добавить: “с оператором истины”. Мы убрали такое добавление, поскольку оно могло бы ввести в заблуждение. Оператор истины не упоминается в наших правилах вывода и появляется только однажды в аксиомной схеме 7. – Б., М.
[4] Стандартные правила кванторной теории с равенством. – Б., М.
[5] Аналогичная ситуация возникла у Гильберта при формализации геометрии Евклида и была решена аналогичным способом за счет введения дополнительных аксиом. См. Гильберт Д. Основания геометрии. М., Л., 1948. – Т.Ш.
[6] Интересную дискуссию на эту тему см. в Sarah Stebbins, *Necessity of Natural Language*, “Philosophical Studies”, 37:1 (январь, 1980) с.с. 1-12. – Б., М.

Джордж Буль думал использовать “Этику” для иллюстрации силы своей новой науки. Но он отчаялся, оставив нас с доказательствами в своем новом формализме только 6 и 7 теорем. Он писал:

> Не часто встречается рассуждение, которое состояло бы в такой степени из игры терминами, определенными как эквивалентные. Я посвятил здесь несколько страниц их описанию больше из-за интереса к предмету разговора, чем из-за достоинств демонстрации, как бы высоко некоторые их не оценивали[7].

Список обозначений[8]

Термины (Элементарные формулы)

Axy	x – атрибут y;
Cxy	x – причина y;
Dxy	x зависит от y;
Ex	x вечен;
Exy	x – сущность y;
Fx	x конечен;
Hx	x абсолютно бесконечен;
Ixy	x содержится в y;
Kx	x конечен в своем роде (finite after its kind);
Kxy	x и y имеют одну и ту же природу;
Lxy	x ограничивает y;
Mxy	x – модус y;
Nx	x имеет необходимое существование;
Pxy	x первее y;
Qx	x свободен;
Sx	x – субстанция;
Txy	x – действие y;
Uxy	x знает (познает) y;
Wxyz	z – общее у x и y.

Оператор

$\ulcorner \nabla\alpha \urcorner$ — $\ulcorner$истинно, что $\alpha\urcorner$

Правила вывода

Использование дедуктивного постулата

A	А	аксиома;
D	О	определение;
P	П	постулат;
T	Т	теорема;
+	+	посылка;

[7] *Laws of Thought*, N. Y. Dover Publications, без даты, первая публикация в 1854, с. 216. – Б., М.

[8] Кроме этих предикатов подразумевается, как было оговорено авторами, наличие в языке равенства и соответствующих дедуктивных постулатов. – Т.Ш.

Правила введения и исключения связок

О≡	опр. материальной эквивалентности;
О⊃	опр. материальной импликации;
В∨	введение дизъюнкции;
В∧	введение конъюнкции;
И∧	исключение конъюнкции;
В⊃	введение импликации;

___ ограничение на применение последней посылки и следующих за ней формул вывода вплоть до черты (после применения правила В⊃).

Логические законы и классические умозаключения

ДМ	законы Де Моргана;
Эксп.	закон экспортации ⊃;
Имп.	закон импортации ⊃;
КП	контрапозиция;
c.d.	конструктивная дилемма;
m.p.	modus ponens;
m.t.	modus tollens;
Abs	поглощение.

Свойства связок и отношений

Асс.	ассоциативность;
Дист.	дистрибутивность;
Идемп.	идемпотентность;
Ком.	коммутативность;
Реф=	рефлексивность =;
Сим=	симметричность =;
Транз⊃	транзитивность ⊃.

Кванторные правила

В∃	введение квантора существования;
В∀	введение квантора общности;
И∀	удаление квантора общности;
Q¬	пронесение отрицания через кванторы;
QД	дистрибутивность кванторов.

ПИ	переименование связанных переменных.

Определения

1. “Под ***причиною самого себя*** я разумею то, сущность чего заключает в себе существование, иными словами, то, чья природа может быть представляема не иначе: как существующею”[9].

$\forall x(Cxx \equiv Nx)$

[9] Русские цитаты из Спинозы приводятся по Спиноза Б. Избранные произведения. В 2-х томах. М., 1957. СПб., 1999. – Т.Ш.

2. “***Конечною в своем роде*** называется такая вещь, которая может быть ограничена другой вещью той же природы. Так, например, тело называется конечным, потому что мы всегда представляем другое тело, еще большее. Точно так же мысль ограничивается другой мыслью. Но тело не ограничивается мыслью, и мысль не ограничивается телом”.

$\forall x(Kx \equiv \exists y(Kxy \wedge Lyx \wedge x \neq y))$

3. “Под ***субстанцией*** я разумею то, что существует само в себе и представляется само через себя, т.е. то, представление чего не нуждается в представлении другой вещи, из которой оно должно было бы образоваться”.

a. $\forall x(Sx \equiv Ixx)$

b. $\forall x(Sx \equiv Dxx)$

c. $\forall x(Sx \supset \neg\exists y\ (Dxy \wedge y \neq x))$

4. “Под ***атрибутом*** я разумею то, что ум представляет в субстанции как составляющее ее сущность”.

a. $\forall x\forall x(Axy \equiv (Sy \wedge Exy))$

b. $\forall x\exists y(Sx \supset Ayx)$

5. “Под ***модусом*** я разумею состояние субстанции, иными словами, то, что существует в другом и представляется через другое”.

$\forall x\forall y(Mxy \equiv (Sy \wedge Ixy \wedge x \neq y \wedge Dxy))$

6. “Под ***Богом*** я разумею существо абсолютно бесконечное, т.е. субстанцию, состоящую из бесконечно многих атрибутов, из которых каждый выражает вечную и бесконечную сущность”.

$\forall x(Gx \supset (Sx \wedge Hx))$

7. “***Свободной*** называется такая вещь, которая существует по одной только необходимости своей собственной природы и определяется к действию только сама собой. Необходимой же или, лучше сказать, принужденной называется такая, которая чем-либо иным определяется к существованию и действию по известному и определенному образу”.

$\forall x(Qx \equiv (Nx \wedge Cxx))$

8. “Под ***вечностью*** я понимаю самое существование, поскольку оно представляется необходимо вытекающим из простого определения вечной вещи”.

$\forall x(Ex \equiv Nx)$

Аксиомы и схема аксиом

1. “Все, что существует, существует или само в себе, или в чем-то другом”.

$\forall x(Ixx \vee \exists y(x \neq y \wedge Ixy))$

2. “Что не может быть представляемо через другое, должно быть представляемо само через себя”.

$\forall x\forall y((x \neq y \wedge \neg Dxy) \supset Dxx)$

3. “Из данной определенной причины необходимо вытекает действие, и наоборот, – если нет никакой определенной причины, невозможно, чтобы последовало действие”.

$\forall x(\exists yCxy \supset \exists zTzx) \wedge \forall x(\exists yTxy \supset \exists zCzx)$

4. “Знание действия зависит от знания причины и заключает в себе последнее”.

$\forall x\forall y(Cxy \supset \forall z(Uzy \supset Uzx))$

5. “Вещи, не имеющие между собой ничего общего, не могут быть и познаваемы одна через другую; иными словами – представление одной не заключает в себе представления другой”.

$\forall x\forall y(\neg\exists zWxyz \supset (\exists v(Uvx \wedge \neg Uvy) \wedge \exists v(Uvy \wedge \neg Uvx) \wedge \neg Dxy \wedge \neg Dyx))$

6. “Истинная идея должна быть согласна с своим объектом”.

$\ulcorner \nabla\alpha \equiv \alpha \urcorner$

7. “Сущность всего того, что может быть представляемо не существующим, не заключает в себе существования”.

$\forall x(Nx \supset \forall y(Eyx \supset \forall z(Azy \supset \exists u(z=u))))$

Постулаты

P1. Если x и y различны и x зависит от y, то y первее x.

$\forall x\forall y((x\neq y \wedge Dxy) \supset Pyx)$

P2. x зависит от самого себя е.т.е. x - причина самого себя.

$\forall x(Dxx \equiv Cxx)$

P3. x зависит от y или y зависит от x е.т.е. x и y имеют что-либо общее.

$\forall x\forall y((Dxy \vee Dyx) \equiv \exists wWxyw)$

P4. Если u – сущность x и v - сущность y, то x=y е.т.е. u=v.

$\forall x\forall y\forall u\forall v((Eux \wedge Evy) \supset (x=y \equiv u=v))$

P5. Что-либо является свободным е.т.е. его ничто не ограничивает.

$\forall x(Qx \equiv \neg\exists yLyx)$

Теоремы

Теорема I. $\forall x\forall y((Sx \wedge Myx) \supset Pxy)$. (“Субстанция по природе первее своих состояний”.)

1. $\forall x\forall y((x\neq y \wedge Dxy) \supset Pyx)$ — П1;
2. $(x\neq y \wedge Dxy) \supset Pyx$ — 1, И$\forall$ дважды;
3. $\forall x\forall y(Mxy \equiv (Sy \wedge Ixy \wedge x\neq y \wedge Dxy))$ — O1;
4. $Mxy \equiv (Sy \wedge Ixy \wedge x\neq y \wedge Dxy)$ — 3, И$\forall$ дважды;
5. $Mxy \supset (Sy \wedge Ixy \wedge x\neq y \wedge Dxy)$ — 4, O$\equiv$, Упр (И$\wedge$);

6. $\neg Mxy \vee (Sy \wedge Ixy \wedge x \neq y \wedge Dxy)$	5, О$\supset$;
7. $\neg Mxy \vee (x \neq y \wedge Dxy)$	6, Дистр., Упр;
8. $Mxy \supset (x \neq y \wedge Dxy)$	7, О$\supset$;
9. $Mxy \supset Pyx$	8, 2, Транз. $\supset$;
10. $\neg Sy \vee (Mxy \supset Pyx)$	9, В$\vee$;
11. $(\neg Sy \vee \neg Mxy) \vee Pyx$	10, О$\supset$, А$\vee$;
12. $(Sy \wedge Mxy) \supset Pyx$	11, ДМ, О$\supset$;
13. $\forall x \forall y((Sx \wedge Myx) \supset Pxy)$	12, В$\forall$ дважды, ПИ.

Теорема II. $\forall x \forall y((Sx \wedge Sy \wedge \exists z \exists v(Azx \wedge Avy \wedge z \neq v)) \supset \neg \exists w Wxyw)$. (“Две субстанции, имеющие различные атрибуты, не имеют между собой ничего общего”.)

1. $Sx \wedge Sy$	+;
2. $\exists z \exists v(Azx \wedge Avy \wedge v \neq z)$	+;
3. $Azx \wedge Avy \wedge v \neq z$	+;
4. $\forall x \forall x(Axy \equiv (Sy \wedge Exy))$	О4а;
5. $Azx \equiv (Sx \wedge Ezx)$	4, ПИ, И$\forall$ дважды;
6. $Azx \supset Ezx$	5, О$\equiv$, И$\wedge$, О$\supset$, Дис., И$\wedge$, О$\supset$;
7. Azx	3, И$\wedge$;
8. Ezx	6, 7, m.p.;
9. $Avy \equiv (Sy \wedge Evy)$	4, И$\forall$ дважды;
10. $Avy \supset Evy$	9, О$\equiv$, И$\wedge$, О$\supset$, Дис., И$\wedge$, О$\supset$;
11. Avy	3, И$\wedge$;
12. Evy	10, 11, m.p.;
13. $\forall x \forall y \forall u \forall v((Eux \wedge Evy) \supset (x=y \equiv u=v))$	П4;
14. $(Ezx \wedge Evy) \supset (x=y \equiv z=v)$	13, И$\forall$ четырежды;
15. $Ezx \wedge Evy$	8, 12, В$\wedge$;
16. $x=y \equiv z=v$	14, 15, m.p.;
17. $x=y \supset z=v$	16, О$\equiv$;
18. $v \neq z$	3, И$\wedge$;
19. $z \neq v$	18, Сим=;
20. $x \neq y$	17, 19, m.t.;
21. $\forall x(Sx \supset \neg \exists y (Dxy \wedge y \neq x))$	О3с;
22. $\forall x(Sx \supset \forall y(Dxy \supset y=x))$	21, Q$\neg$, ДМ, О$\supset$;
23. $Sx \supset \forall y(Dxy \supset y=x)$	22, И$\forall$;
24. Sx	1, И$\wedge$;
25. $\forall y(Dxy \supset y=x)$	23, 24, m.p.;
26. $Dxy \supset y=x$	25, И$\forall$;
27. $y \neq x$	20, Сим=;
28. $\neg Dxy$	26, 27, m.t.;
29. $Sy \supset \forall x(Dyx \supset x=y)$	22, ПИ, И$\forall$;
30. Sy	1, И$\wedge$;
31. $\forall x(Dyx \supset x=y)$	29,30, m.p.;
32. $Dyx \supset x=y$	31, И$\forall$;

33. $\neg Dyx$ 32, 20, m.t.;
34. $\neg Dxy \wedge \neg Dyx$ 28, 33, В$\wedge$;
35. $\neg(Dxy \vee Dyx)$ 34, ДМ;
36. $\forall x \forall y((Dxy \vee Dyx) \equiv \exists w Wxyw)$ ПЗ;
37. $(Dxy \vee Dyx) \equiv \exists w Wxyw$ 36, И$\forall$ дважды;
38. $\exists w Wxyw \supset (Dxy \vee Dyx)$ 37, О$\equiv$;
39. $\neg \exists w Wxyw$ 38, 35, m.t.;

---

40. $(Azx \wedge Avy \wedge v \neq z) \supset \neg \exists w Wxyw$ 3-39, В$\supset$;
41. $\forall z \forall v((Azx \wedge Avy \wedge v \neq z) \supset \neg \exists w Wxyw)$ 40, В$\forall$ дважды;
42. $\exists z \exists v(Azx \wedge Avy \wedge v \neq z) \supset \neg \exists w Wxyw$ 41, Дис$\supset$ дважды;

---

43. $\exists z \exists v(Azx \wedge Avy \wedge v \neq z) \supset (\exists z \exists v(Azx \wedge Avy \wedge v \neq z) \supset \neg \exists w Wxyw)$ 2-42, В$\supset$;
44. $\exists z \exists v(Azx \wedge Avy \wedge v \neq z) \supset \neg \exists w Wxyw$ 43, Имп. $\supset$, Идемп $\wedge$;

---

45. $(Sx \wedge Sy) \supset (\exists z \exists v(Azx \wedge Avy \wedge v \neq z) \supset \neg \exists w Wxyw)$ 1-44, В$\supset$;
46. $\forall x \forall y(Sx \wedge Sy) \supset (\exists z \exists v(Azx \wedge Avy \wedge v \neq z) \supset \neg \exists w Wxyw)$ 45, В$\forall$ дважды;
47. $\forall x \forall y(Sx \wedge Sy \wedge \exists z \exists v(Azx \wedge Avy \wedge v \neq z) \supset \neg \exists w Wxyw)$ 46, Имп $\supset$.

Теорема III. $\forall x \forall y(\neg \exists z Wxyz \supset (\neg Cxy \wedge \neg Cyx))$. (“Вещи, не имеющие между собой ничего общего, не могут быть причиной одна другой”.)

1. $\forall x \forall y(Cxy \supset \forall z(Uzy \supset Uzx))$ А4;
2. $Cxy \supset \forall z(Uzy \supset Uzx)$ 1, И$\forall$ дважды;
3. $\forall x \forall y(\neg \exists z Wxyz \supset (\exists v(Uvx \wedge \neg Uvy) \wedge \exists v(Uvy \wedge \neg Uvx) \wedge \neg Dxy \wedge \neg Dyx))$ А5;
4. $\neg \exists z Wxyz \supset (\exists v(Uvx \wedge \neg Uvy) \wedge \exists v(Uvy \wedge \neg Uvx) \wedge \neg Dxy \wedge \neg Dyx)$ 3, И$\forall$ дважды;
5. $\neg \exists z Wxyz \supset \exists v(Uvy \wedge \neg Uvx)$ 4, О$\supset$, Дист., И$\wedge$, О$\supset$;
6. $\forall v(Uvy \supset Uvx) \supset \exists z Wxyz$ 5, КП, $Q\rceil$, ДМ, О$\supset$;
7. $Cxy \supset \exists z Wxyz$ 2, 6, ПИ, Транз$\supset$;
8. $\neg \exists z Wxyz \supset \neg Cxy$ 7, КП;
9. $\forall y \forall x(Cyx \supset \forall z(Uzx \supset Uzy))$ 1, ПИ;
10. $Cyx \supset \forall z(Uzx \supset Uzy)$ 9, И$\forall$ дважды;
11. $\neg \exists z Wxyz \supset \exists v(Uvx \wedge \neg Uvy)$ 4, О$\supset$, Дист., И$\wedge$, О$\supset$;
12. $\forall v(Uvx \supset Uvy) \supset \exists z Wxyz$ 11, КП, $Q\rceil$, ДМ, О$\supset$;
13. $Cyx \supset \forall v(Uvx \supset Uvy)$ 10, ПИ;
14. $Cyx \supset \exists z Wxyz$ 13, 12, Транз$\supset$;
15. $\neg \exists z Wxyz \supset \neg Cyx$ 13, КП;
16. $(\neg \exists z Wxyz \supset \neg Cxy) \wedge (\neg \exists z Wxyz \supset \neg Cyx)$ 8, 15, В$\wedge$;
17. $\neg \exists z Wxyz \supset (\neg Cxy \wedge \neg Cyx)$ 16, О$\supset$, Дист., О$\supset$;
18. $\forall x \forall y(\neg \exists z Wxyz \supset (\neg Cxy \wedge \neg Cyx))$ 17, В$\forall$ дважды.

Теорема IV. $\forall x \forall y((Sx \wedge Sy \wedge x \neq y) \supset (\exists z(Azx \wedge \neg Azy) \vee \exists v(Mvx \wedge \neg Mvy))$. (“Две или более различные вещи различаются между собой или различием атрибутов субстанций, или различием их модусов (состояний)”.)

1. $Sx \wedge Sy \wedge \forall z(Azx \supset Azy)$	+;
2. Sx	1, И$\wedge$;
3. Sy	1, И$\wedge$;
4. $\forall z(Azx \supset Azy)$	1, И$\wedge$;
5. $Azx \supset Azy$	4, И$\forall$;
6. $\forall x\forall x(Axy \equiv (Sy \wedge Exy))$	O4a;
7. $Azy \equiv (Sy \wedge Exy)$	6, И$\forall$ дважды;
8. $Azy \supset (Sy \wedge Exy)$	7,O$\equiv$, И$\wedge$;
9. $Azx \equiv (Sx \wedge Ezx)$	6, И$\forall$ дважды;
10. $Sx \wedge Ezx \supset Azx$	9, O$\equiv$, И$\wedge$;
11. $Sx \wedge Ezx \supset Azy$	10, 5, Транз$\supset$;
12. $(Sx \wedge Ezx) \supset (Sy \wedge Exy)$	11, 8, Транз$\supset$;
13. $Sx \supset (Ezx \supset (Sy \wedge Exy))$	12, Эксп.;
14. $Ezx \supset (Sy \wedge Exy)$	13, 2, m.p.;
15. $Ezx \supset Exy$	14, O$\supset$, Дист., И$\wedge$, O$\supset$;
16. $Ezx \supset (Ezx \wedge Ezy)$	15, Abs;
17. Ezx	+;
18. $Ezx \wedge Ezy$	16, 17, m.p.;
19. $\exists z(Ezx \wedge Ezy)$	18, В$\exists$;

____

20. $Ezx \supset \exists z(Ezx \wedge Ezy)$	17-19, В$\supset$;
21. $\forall z(Ezx \supset \exists z(Ezx \wedge Ezy))$	20, В$\forall$;
22. $\exists zEzx \supset \exists z(Ezx \wedge Ezy)$	21, QД;
23. $\forall x\exists y(Sx \supset Ayx)$	O4b;
24. $Sx \supset \exists zAzx$	23, И$\forall$, QД;
25. $\exists zAzx$	24, 2, m.p.;
26. $Azx \supset (Sx \wedge Ezx)$	9, O$\equiv$, И$\wedge$;
27. $Azx \supset Ezx$	26, O$\supset$, Дист., И$\wedge$;
28. Azx	+;
29. Ezx	27, 28, m.p.;
30. $\exists zEzx$	29, В$\exists$;

____

31. $Azx \supset \exists zEzx$	28-30, В$\supset$;
32. $\forall z(Azx \supset \exists zEzx)$	31, В$\forall$;
33. $\exists zAzx \supset \exists zEzx$	32, QД;
34. $\exists zAzx$	25, ПИ;
35. $\exists zEzx$	33, 34, m.p.;
36. $\exists z(Ezx \wedge Ezy)$	22, 35, m.p.;
37. $\forall x\forall y\forall u\forall v((Eux \wedge Evy) \supset (x=y \equiv u=v))$	П4;
38. $(Ezx \wedge Ezy) \supset (x=y \equiv z=z)$	37, И$\forall$ четырежды;
39. $Ezx \wedge Ezy$	+;
40. $x=y \equiv z=z$	38, 39, m.p.;
41. $(x=y \supset z=z) \wedge (z=z \supset x=y)$	40, O$\equiv$;
42. $z=z$	Реф=;
43. $z=z \supset x=y$	41, И$\wedge$;

44. $x=y$ 43, 42, m.p.;

---

45. $Ezx \wedge Ezy \supset x=y$ 39-44, В⊃;
46. $\forall z(Ezx \wedge Ezy \supset x=y)$ 45, В∀;
47. $\exists z(Ezx \wedge Ezy) \supset x=y$ 46, QД;
48. $x=y$ 47, 36, m.p.;

---

49. $Sx \wedge Sy \wedge \forall z(Azx \supset Azy) \supset x=y$ 1-48, В⊃;
50. $\neg(Sx \wedge Sy \wedge \forall z(Azx \supset Azy)) \vee x=y \vee \exists v(Mvx \wedge \neg Mvy)$ 49, В∨;
51. $\neg(Sx \wedge Sy) \vee x=y \vee \neg\forall z(Azx \supset Azy) \vee \exists v(Mvx \wedge \neg Mvy)$ 50, ДМ, Ком;
52. $(Sx \wedge Sy \wedge x\neq y) \supset (\exists z(Azx \wedge \neg Azy) \vee \exists v(Mvx \wedge \neg Mvy)$ 51, ДМ, О≡, QД;
53. $\forall x\forall y((Sx \wedge Sy \wedge x\neq y) \supset (\exists z(Azx \wedge \neg Azy) \vee \exists v(Mvx \wedge \neg Mvy))$ 52, В∀ дважды;

Теорема V. $\forall x\forall y((Sx \wedge Sy \wedge x\neq y) \supset \neg\exists zWxyz)$. (“В природе вещей не может быть двух или более субстанций одной и той же природы, иными словами, с одним и тем же атрибутом”.)

1. $Sx \wedge Sy \wedge \exists zWxyz$ +;
2. Sx И∧;
3. Sy И∧;
4. $\exists zWxyz$ И∧;
5. $\forall x\forall y((Dxy \vee Dyx) \equiv \exists wWxyw)$ П5;
6. $(Dxy \vee Dyx) \equiv \exists wWxyw$ 5, И∀ дважды;
7. $\exists wWxyw \supset (Dxy \vee Dyx)$ 6, О≡, И∧;
8. $\exists wWxyw$ 4, ПИ;
9. $(Dxy \vee Dyx)$ 7, 8, m.p.;
10. $\forall x(Sx \supset \neg\exists y (Dxy \wedge y\neq x))$ О3с;
11. $Sx \supset \neg\exists y (Dxy \wedge y\neq x)$ 10, И∀;
12. $\neg\exists y (Dxy \wedge y\neq x)$ 11, 2, m.p.;
13. $\forall y(Dxy \supset y=x)$ 12, Q¬, ДМ, О⊃;
14. $Dxy \supset y=x$ 13, И∀;
15. $Sy \supset \neg\exists x (Dyx \wedge x\neq y)$ 10, ПИ, И∀;
16. $\neg\exists x (Dyx \wedge x\neq y)$ 15, 3, m.p.;
17. $\forall x(Dyx \supset x=y)$ 16, Q¬, ДМ, О⊃;
18. $Dyx \supset x=y$ 17, И∀;
19. $(Dxy \supset y=x) \wedge (Dyx \supset x=y)$ 14, 18, В∧;
20. $y=x \vee x=y$ 19, 9, c.d.;
21. $x=y \vee x=y$ 20, Сим=;
22. $x=y$ 21, Идемп.;

---

23. $(Sx \wedge Sy \wedge \exists zWxyz) \supset x=y$ 1-22, В⊃;
24. $(Sx \wedge Sy) \supset (\exists zWxyz \supset x=y)$ 23, Эксп.;
25. $(Sx \wedge Sy) \supset (x\neq y \supset \neg\exists zWxyz)$ 24, КП;
26. $(Sx \wedge Sy \wedge x\neq y) \supset \neg\exists zWxyz$ 25, Имп.;
27. $\forall x\forall y((Sx \wedge Sy \wedge x\neq y) \supset \neg\exists zWxyz)$ 26, В∀ дважды;

Теорема VI. $\forall x \forall y\ ((Sx \wedge Sy \wedge x \neq y) \supset \neg Cxy)$. (“Одна субстанция не может производиться другой субстанцией”.)

1. $\forall x \forall y((Sx \wedge Sy \wedge x \neq y) \supset \neg \exists z Wxyz)$	T5;
2. $(Sx \wedge Sy \wedge x \neq y) \supset \neg \exists z Wxyz$	1, И$\forall$ дважды;
3. $\forall x \forall y(\neg \exists z Wxyz \supset (\neg Cxy \wedge \neg Cyx))$	T3;
4. $\neg \exists z Wxyz \supset (\neg Cxy \wedge \neg Cyx)$	3, И$\forall$ дважды;
5. $\neg \exists z Wxyz \supset \neg Cxy$	4, Дист., И$\wedge$;
6. $(Sx \wedge Sy \wedge x \neq y) \supset \neg Cxy$	5, Транз$\supset$;
7. $\forall x \forall y((Sx \wedge Sy \wedge x \neq y) \supset \neg Cxy)$	6, В$\forall$ дважды;

Теорема VII. $\forall x(Sx \supset Nx)$. (“Природе субстанции присуще существование”.)

1. $\forall x(Sx \equiv Dxx)$	O3b;
2. $Sx \supset Dxx$	1, И$\forall$, И$\wedge$;
3. $\forall x(Dxx \equiv Cxx)$	П2;
4. $Dxx \equiv Cxx$	3, И$\forall$;
5. $(Dxx \supset Cxx) \wedge (Cxx \supset Dxx)$	4, O$\equiv$;
6. $Dxx \supset Cxx$	5, И$\wedge$;
7. $Sx \supset Cxx$	2, 6, Транз$\supset$;
8. $\forall x(Cxx \equiv Nx)$	O1;
9. $Cxx \supset Nx$	8, И$\forall$, O$\equiv$, И$\wedge$;
10. $Sx \supset Nx$	7, 9, Транз$\supset$;
11. $\forall x(Sx \supset Nx)$	10, В$\forall$.

Теорема VIII. $\forall x(Sx \supset (\neg Kx \wedge \neg \exists y Lyx))$. (“Всякая субстанция необходимо бесконечна”.)

1. Sx	+;
2. $\forall x(Sx \equiv Dxx)$	O3b;
3. $Sx \equiv Dxx$	2, И$\forall$;
4. $Sx \supset Dxx$	3, O$\equiv$, И$\wedge$;
5. Dxx	4, 1, m.p.;
6. $\forall x(Dxx \equiv Cxx)$	П2;
7. $Dxx \equiv Cxx$	6, И$\forall$;
8. $Dxx \supset Cxx$	7, O$\equiv$, И$\wedge$;
9. Cxx	8, 5, m.p.;
10. $\forall x(Cxx \equiv Nx)$	O1;
11. $Cxx \equiv Nx$	10, И$\forall$;
12. $Cxx \supset Nx$	11, O$\equiv$, И$\wedge$;
13. Nx	12, 9, m.p.;
14. $\forall x(Qx \equiv (Nx \wedge Cxx))$	O7;
15. $Qx \equiv (Nx \wedge Cxx)$	14, И$\forall$;
16. $Nx \wedge Cxx \supset Qx$	15, O$\equiv$, И$\wedge$;
17. $Nx \wedge Cxx$	13, 9, В$\wedge$;
18. Qx	16, 17, m.p.;

19. $\forall x(Qx \equiv \neg\exists yLyx)$	П5;
20. $Qx \equiv \neg\exists yLyx$	19, И$\forall$;
21. $Qx \supset \neg\exists yLyx$	20, О$\equiv$, И$\wedge$;
22. $\neg\exists yLyx$	21, 18, m.p.;
23. $\forall y\neg Lyx$	22, Q$\neg$;
24. $\neg Lyx$	23, И$\forall$;
25. $\neg Lyx \vee \urcorner Kxy \vee x=y$	24, В$\vee$;
26. $\neg(Lyx \wedge Kxy \wedge x\neq y)$	25, ДМ;
27. $\forall y\neg(Lyx \wedge Kxy \wedge x\neq y)$	26, В$\forall$;
28. $\neg\exists y(Lyx \wedge Kxy \wedge x\neq y)$	27, Q$\neg$;
29. $\forall x(Kx \equiv \exists y(Kxy \wedge Lyx \wedge x\neq y))$	О2;
30. $Kx \equiv \exists y(Kxy \wedge Lyx \wedge x\neq y)$	29, И$\forall$;
31. $Kx \supset \exists y(Kxy \wedge Lyx \wedge x\neq y)$	30, О$\equiv$, И$\wedge$;
32. $\neg Kx$	31, 28, m.t.;
33. $\neg Kx \wedge \neg\exists yLyx$	32, 22, В$\wedge$;
34. $Sx \supset (\neg Kx \wedge \neg\exists yLyx)$	1-33, В$\supset$;
35. $\forall x(Sx \supset (\neg Kx \wedge \neg\exists yLyx))$	34, В$\forall$.

Теорема XI. $\forall x(Gx \supset Nx)$. (“Бог, или субстанция, состоящая из бесконечно многих атрибутов, из которых каждый выражает вечную и бесконечную сущность, необходимо существует”.)

1. $\forall x(Gx \supset (Sx \wedge Hx))$	О6;
2. $Gx \supset (Sx \wedge Hx)$	1, И$\forall$;
3. $Gx \supset Sx$	2, О$\supset$, Дист., И$\wedge$, О$\supset$;
4. $\forall x(Sx \supset Nx)$	Т7;
5. $Sx \supset Nx$	4, И$\forall$;
6. $Gx \supset Nx$	3, 5, Транз$\supset$;
7. $\forall x(Gx \supset Nx)$	6, В$\forall$.