

Теория С2.1 В.А. Смирнова в универсуме формальных силлогистик¹

Шиян Т.А. Теория С2.1 В.А. Смирнова в универсуме формальных силлогистик // Современная логика: проблемы теории, истории и применения в науке: Материалы IX Общероссийской научной конференции. 22-24 июня 2006. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2006. С. 402-405.

Сохранено с сайта: <http://taras-shiyan.narod.ru>.
E-mail: taras_a_shiyan@mail.ru.

В рамках информационной системы по формальным теориям на theo.ru (создана в 2003-2005 при поддержке РГНФ, грант №03-03-12003в) представлено соотношение по множеству теорем более 100 формальных силлогистик. (Далее, все сведения о числе теорий основаны на состоянии базы данных на theo.ru на конец 2005 г. Основные источники: [Шиян 2002] и [Шиян 2003].) Не все эти теории одинаково значимы, как с историко-логической точки зрения, так и в плане их места в универсуме формальных теорий (далее – «структурная» точка зрения).

Основной язык для построения формальных силлогистик – язык чистой позитивной силлогистики LS – содержит бесконечный список символов для общих термов, силлогистические связки $\{a, e, i, o\}$ и все стандартные пропозициональные связки (описана 31 теория в LS). Именно в этом языке сформулированы такие наиболее значимые с историко-логической точки зрения теории как $C2$ (чистый позитивный фрагмент (ЧПФ) силлогистик Аристотеля и Оккама), FC (ЧПФ «фундаментальной» силлогистики), $C4$ (силлогистика Лукасевича, ЧПФ «традиционной» силлогистики). Не случайно, что эти теории значимы и со структурной точки зрения, поскольку многие исследователи строили свои формальные силлогистики так, чтобы они оказывались консервативными расширениями одной из этих систем. Мной зафиксировано 9 консервативных расширений FC , 10 – $C2$, 3 – $C4$ и ряд теорий так или иначе соотносимых с этими тремя. $C4$ имеет и ряд других особенностей, делающих ее одной из ключевых теорий. Если не считать теорий, построенных мной, то в LS описано 16 теорий, все они являются подтеориями $C4$ и их попарное объединение в большинстве случаев дает $C4$. Достаточно важное место занимает силлогистика Слупецкого $C1$, являющаяся нулем класса так называемых «аристотелевских» силлогистик: в интервале $[C1, C4]$ описано 10 теорий. Еще одной, на мой взгляд, очень важной теорией в LS является описанное мной расширение $C4$ – C_{∞} . Эта теория дефиниционно эквивалентна бескванторной теории эквивалентности (или равенства) и является базисом для построения счетного ряда теорий (в этом же языке) с конечными аксиоматизациями гильбертовского типа и стандартными теоретико-множественными силлогистическими семантиками. Среди силлогистик в других языках важное место занимают теории С2.1 В.А. Смирнова [Смирнов 2002, с. 178] в языке $LS_{a,i}$ (подязык LS без предикаторов e и o) и Ca (выделена мной) в языке $LS_{a,e,i}$ (подязык LS без предикатора o).

$C2.1$ предложена Смирновым как формализация n -мерной логики Васильева для случая $n=1$ (для случая $n=2$ получаем $C2$).

Исследования показали, что (1) $C2.1$ является точным фрагментом в $LS_{a,i}$ таких историко-логически значимых теорий как $C2$, KC (реконструкция В.И. Маркиным ЧПФ силлогистики Кэрролла) и BC (реконструкция В.И. Маркиным ЧПФ силлогистики

¹ © Шиян Т.А., 2006.

Больцано) [Маркие 1991]: $C2 \cap LS_{a,i} = KC \cap LS_{a,i} = BC \cap LS_{a,i} = C2.1$. И, более того, (2) $C2.1$ дефиниционно эквивалентна им.

$C2.1$ можно задать как множество формул языка $LS_{a,i}$, замкнутое относительно классической логики (включая *modus ponens*), подстановки и включающее в качестве подмножества формулы $\{(SaM \wedge MaP) \supset SaP, (SiM \wedge MaP) \supset SiP, SiP \supset PiS, SaP \supset SiP, SiP \supset SiS, SiS \supset SaS\}$. Пусть TV_L – формулировка классической логики высказываний в языке L , а T^L – расширение теории T на язык L (если язык T является подязыком L).

Тогда

$$T^L = (TV_L + T);$$

$$C2.1 = TV_{LS_{a,i}} + (SaM \wedge MaP) \supset SaP + (SiM \wedge MaP) \supset SiP + SiP \supset PiS + SaP \supset SiP + SiP \supset SiS + SiS \supset SaS;$$

$$C2 = C2.1^{LS} + (SeP \equiv \neg SiP) + (SoP \equiv \neg SaP);$$

$$KC = C2.1^{LS} + (SeP \equiv \neg SiP) + (SoP \equiv \neg SaP \wedge SiS);$$

$$BC = C2.1^{LS} + (SeP \equiv \neg SiP \wedge SiS) + (SoP \equiv \neg SaP \wedge SiS).$$

Из (1) следует, что $C2.1$ является также точным фрагментом в $LS_{a,i}$ пересечений $C2$, KC и BC . Пересечение двух теорий можно найти по формуле: $Cn(\Gamma \cup \{A\}) \cap Cn(\Gamma \cup \{B\}) = Cn(\Gamma \cup \{A \vee B\})$, где Γ – множество формул, а A, B – формулы (частный случай формулы, предложенной в [Смирнов 2002, с. 42]). Пусть $C0.2 = C2 \cap KC$, $C0.3 = KC \cap BC$, $C0.1^+ = C0.2 \cap C0.3$. Тогда

$$C0.2 = C2.1^{LS} + (SeP \equiv \neg SiP) + (SoP \supset \neg SaP) + (\neg SaP \wedge SiS \supset SoP).$$

$$C0.3 = C2.1^{LS} + (SoP \equiv \neg SaP \wedge SiS) + (SeP \supset \neg SiP) + (\neg SiP \wedge SiS \supset SeP).$$

$$C0.1^+ = C2.1^{LS} + (SoP \supset \neg SaP) + (\neg SaP \wedge SiS \supset SoP) + (SeP \supset \neg SiP) + (\neg SiP \wedge SiS \supset SeP) + (\neg SiP \wedge \neg SiS \wedge SoP \supset SeP).$$

$$C0.2 \cap LS_{a,i} = (C2 \cap KC) \cap LS_{a,i} = (C2 \cap LS_{a,i}) \cap (KC \cap LS_{a,i}) = C2.1 \cap C2.1 = C2.1;$$

$$C0.3 \cap LS_{a,i} = (BC \cap KC) \cap LS_{a,i} = (BC \cap LS_{a,i}) \cap (KC \cap LS_{a,i}) = C2.1 \cap C2.1 = C2.1;$$

$$C0.1^+ \cap LS_{a,i} = (C0.2 \cap C0.3) \cap LS_{a,i} = (C0.2 \cap LS_{a,i}) \cap (C0.3 \cap LS_{a,i}) = C2.1 \cap C2.1 = C2.1.$$

Для этих теорий имеются также следующие соотношения:

$$C2 + KC = KC + BC = C2 + BC = C4;$$

$$C0.2 + C0.3 = (C2 \cap KC) + (KC \cap BC) = KC \cap (C2 + BC) = KC \cap C4 = KC;$$

$$C0.2 + BC = (C2 \cap KC) + BC = (C2 + BC) \cap (KC + BC) = C4 \cap C4 = C4;$$

$$C0.3 + C2 = (KC \cap BC) + C2 = (C2 + KC) \cap (C2 + BC) = C4 \cap C4 = C4.$$

На основе $C2.1$ построено две расширенных силлогистики, дефиниционно эквивалентные нижней полурешетке с нулем: теория $C2.1D$ [Смирнов 2002, с. 178] и $E_1C2.1D$ [Попов 1997].

Еще одной интересной системой, строящейся на основе $C2.1$, является выделенная мной теория Car . Car является дефиниционным расширением $C2.1$, точным фрагментом в языке $LS_{a,e,i}$ теорий $C2$ и KC , и дефиниционно расширяется до этих теорий.

$$Car = C2.1^{LS_{a,e,i}} + (SeP \equiv \neg SiP);$$

$$C2 \cap LS_{a,e,i} = KC \cap LS_{a,e,i} = Car;$$

$$C2 = Car^{LS} + (SoP \equiv \neg SaP);$$

$$KC = Car^{LS} + (SoP \equiv \neg SaP \wedge SiS).$$

Car является позитивным фрагментом двух реконструкций силлогистики Кэрролла в языках без связки *o* (реконструкции А.А. Ильина).

В заключение, поставим ряд вопросов, оставшихся пока без ответа. Обратим внимание на тот интересный факт, что теории ΦC , $C2$, KC , BC , $C2.1$, Car входят в один класс дефиниционной эквивалентности CS (классическая силлогистика). Не являются ли $(C2 \cap KC)$ и $(KC \cap BC)$ также дефиниционно эквивалентными? И более широко, если

есть множество теорий в одном языке, входящих в один класс дефинициальной или рекурсивной эквивалентности CT_1 , то будут ли их попарные пересечения входить в один класс такой же эквивалентности CT_2 , тройные пересечения – в CT_3 , и т.д.? Для теорий в разных языках такой закономерности нет, поскольку пересечение некоторых дефинициально или рекурсивно эквивалентных теорий может оказаться пустым.

Литература

- [Маркин 1991] Маркин В.И. Силлогистические теории в современной логике. М., 1991.
- [Попов 1997] Попов В.М. Расширение системы S_2 В.А. Смирнова и \cap -полурешетка с нулем // Международная конференция “Развитие логики в России: итоги и перспективы”. Тезисы докладов и сообщений. М., 1997.
- [Смирнов 2002] Смирнов В.А. Логические методы анализа научного знания. М., 2002. С. 177-180.
- [Шиян 2002] Шиян Т.А. Множество формальных силлогистик с простыми «общими» термами (структурное описание и количественный анализ) // Электронный журнал Logical Studies. №8. Internet: www.logic.ru, 2002.
- [Шиян 2003] Шиян Т.А. Формально-историческое исследование нескольких групп формальных силлогистик // Электронный журнал Logical Studies. №10. Internet: www.logic.ru, 2003.